

Manfred Borovcnik

EXCELlent STATistics –

Statistik mit Unterstützung von Tabellenkalkulation

EXCEL als eine Tabellenkalkulation ist gut geeignet, wesentliche Aspekte einer beziehungsreichen Statistik zu unterstützen. Dafür spricht auch die große Verbreitung dieser Software. Spezielle Educational Software ist dagegen selten verfügbar und erfordert überdies oft sehr spezifische Fertigkeiten, die sonst nicht gebraucht werden. Gewisse Besonderheiten in EXCEL sind allerdings nicht abzuleugnen. Insgesamt hat experimenteller Unterricht mit EXCEL-Unterstützung gut motivierte Schüler gefunden und schöne Ergebnisse gezeigt.

Im Vortrag wurde auf folgende Themengebiete eingegangen:

1. Analyse von Beziehungen
2. Manipulation in Graphen
3. Münzwurf und „Gesetze des Zufalls“
4. Vom Münzwerfen zur Binomialverteilung

Zu den Kapiteln 3 und 4 ist schriftlich einiges im Beitrag der Didaktik-Reihe des Jahres 2002 enthalten, wenngleich sich im neuerlichen Unterricht einige neue Aspekte aufgetan haben, die auch angesprochen wurden. Sie müssen hier der gebotenen Kürze wegen entfallen und werden an anderen Orten nachgeholt werden.

1. Analyse von Beziehungen

Die Analyse von Beziehungen geht über die vielleicht ermüdende Tätigkeit des Raffens von Daten und Zusammenfassens der Verteilung (in einem Histogramm oder Stabdiagramm und in der Berechnung von Mittelwerten und Standardabweichungen oder gleichwertiger Kennziffern einer Verteilung) hinaus. Im Hintergrund stehen immer *mehrere* Variable und die Suche nach etwaigen Zusammenhängen, die man z.B. aus Streudiagrammen ablesen könnte. Die Diagramme sind vergleichsweise leicht zu erstellen, insbesondere wenn man eine Tabellenkalkulation verwendet, wenngleich man doch gelegentlich die Grafiken anpassen muss, damit sie schöner aussehen oder besser zu lesen sind.

Ziel der Exploration muss es sein, die anhand der Grafiken abgelesenen Zusammenhänge im Kontext zu interpretieren, ihre Relevanz abzuwägen und sie daraufhin zu untersuchen, unter welchen Bedingungen sie sich bestätigen lassen. Hier scheint es wesentlich, dass die Lernenden vom Sachbezug der Daten auch was verstehen.

a) Daten von den Schülern

Der Einfachheit halber wurden rasch ganz simple Daten in der Klasse erhoben und gleich festgehalten: Nr. bezieht sich auf den Sitzplatz reihum (im Kreis) im Computerraum, daneben wurde u.a. auch Gewicht und Körpergröße sowie Geschlecht erhoben (Fig. 1).

	A	B	C	D	E	F
1	Nr	Geb Mon	Geschlecht	Größe	Gewicht	Haarfarbe
2	5	4	0	153	39	braun
3	4	7	0	153	46	braun
4	8	10	0	156	45	braun
5	20	5	0	156	49	blond
6	14	12	0	158	41	braun
7	13	2	0	158	42	blond
8	21	5	0	158	42	braun
9	12	8	0	160	42	braun
10	11	8	0	162	42	braun
11	19	6	0	165	50	braun
12	2	11	0	169	49	braun
13	1	7	0	170	53	schwarz
14	3	7	0	172	55	braun
15	10	3	0	177	56	braun
16	15	5	1	150	34	braun
17	6	6	1	157	40	braun
18	7	1	1	160	40	braun
19	17	7	1	162	42	braun
20	16	10	1	165	47	braun
21	18	5	1	166	50	blond
22						

Fig. 1: Daten der Lernenden

b) Mögliche Beziehungen

Streudiagramme wurden durchgespielt und sogleich ergab sich ein seltsamer Eindruck: Gewicht gegen Sitzplatznummer deutet an, dass Personen gleichen Gewichts eher zusammen sitzen als solche mit unterschiedlichem Gewicht; einen ähnlichen Zusammenhang könnte man vermuten zwischen Größe und Nummer (siehe Fig. 2a und b).

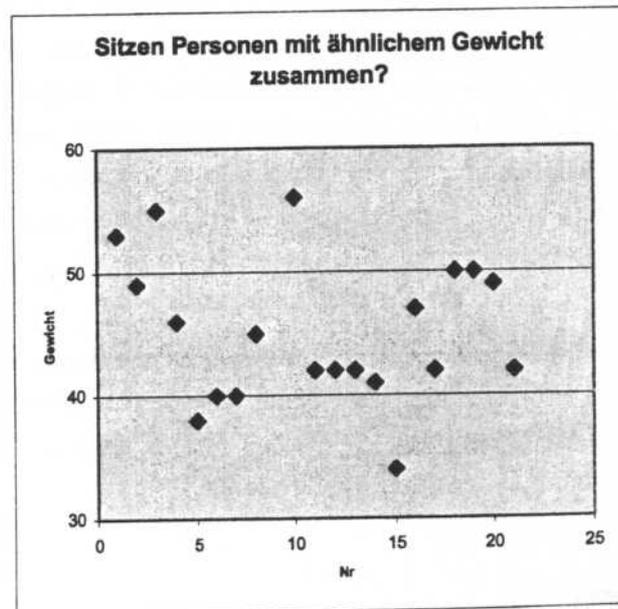


Fig. 2a: Sitzen Personen mit ähnlichem Gewicht zusammen?

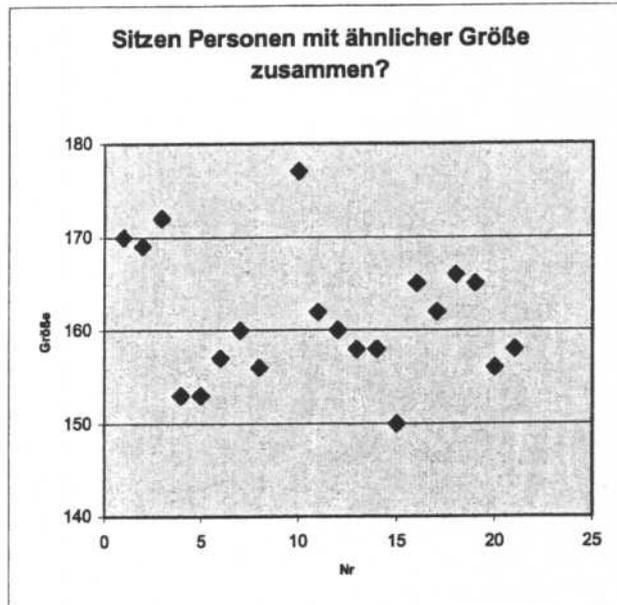


Fig. 2b: Sitzen Personen mit ähnlicher Größe zusammen?

c) Die Rolle des Kontexts zur Interpretation von Beziehungen

Schlüsselfragen sind:

- Ist der Zusammenhang echt oder ist er vorgetäuscht?
- Welche anderen Erklärungen gibt es für die beobachteten Beziehungen?
- Unter welchen Bedingungen sieht man einen Zusammenhang?

Die Beurteilung der Fragen ist schwierig und nur im Sachbezug der Daten möglich. Man nennt Drittvariable, die einen Scheinzusammenhang zwischen zwei Variablen erzeugen, Störvariable oder – im Fachjargon - Confounder. Solche Confounder können auch einen bestehenden Zusammenhang verschleiern. Spielen mit den Daten zeigte zunächst, dass auch ein Zusammenhang zwischen Geschlecht und Sitzplatz besteht, Mädchen sitzen zusammen und Buben auch (Fig. 3); ferner zeigt sich, dass Mädchen deutlich weniger wiegen und etwas kleiner sind (Fig. 4), sodass diese Zusammenhänge von Geschlecht mit Sitzplatznummer, sowie mit Gewicht die Zusammenhänge von Gewicht und Platznummer „erzeugen“ (dasselbe gilt für Größe). Letzterer Zusammenhang ist hiermit als Artefakt entlarvt!

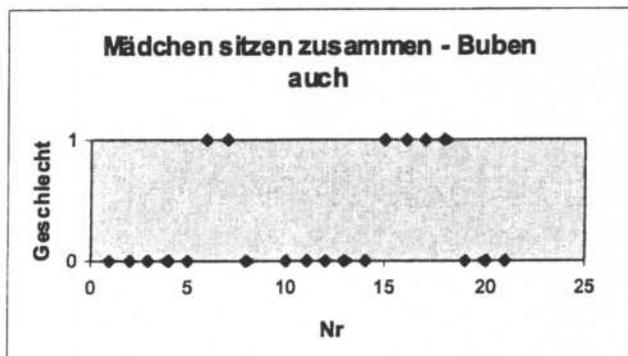


Fig. 3: Mädchen sitzen untereinander zusammen, Buben auch

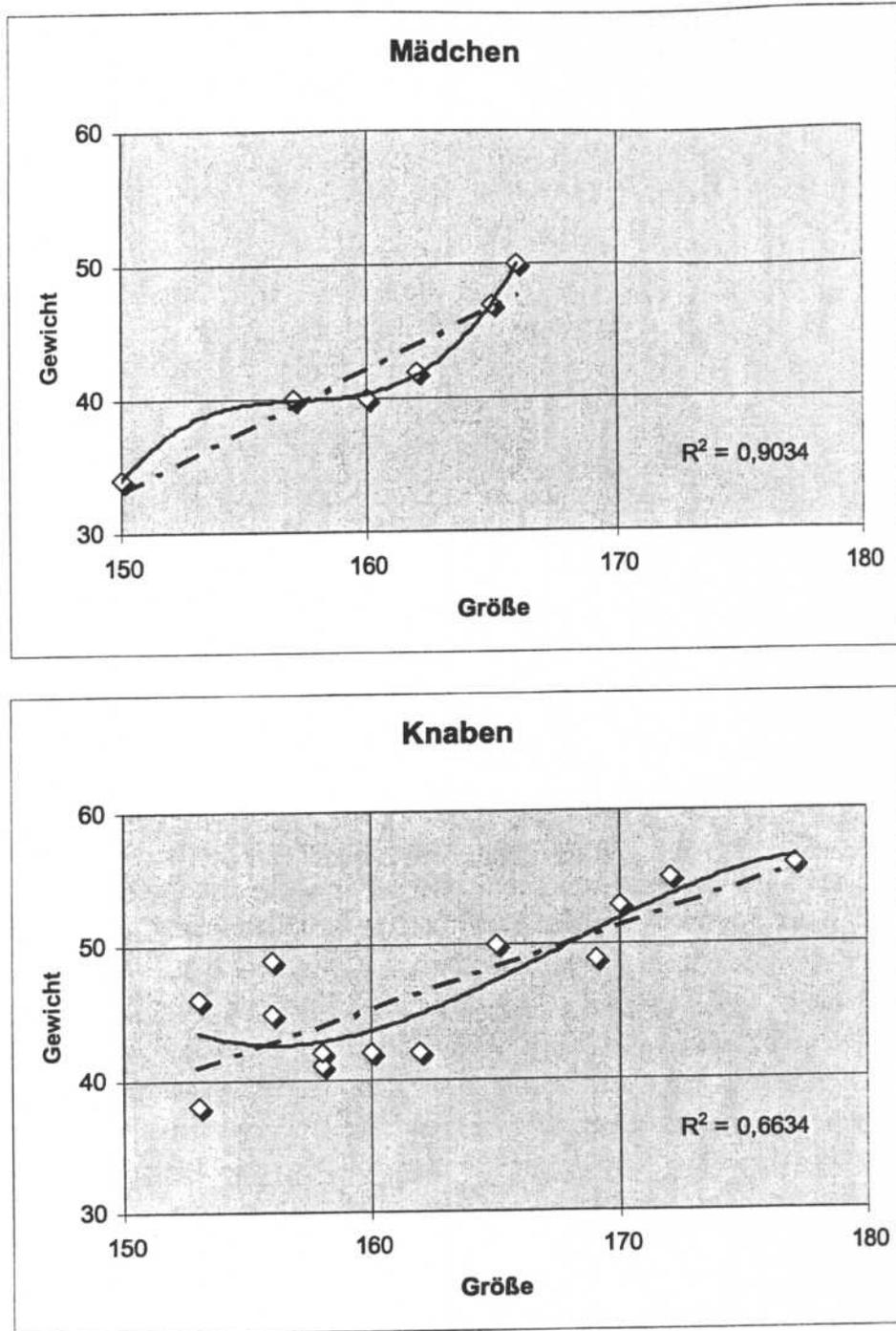


Fig. 4: Der unterschiedliche Zusammenhang zwischen Körpergröße und Gewicht für Mädchen und Buben

Eine wichtige Lehre daraus für die Angewandte Statistik: Solche Confounder lauern überall. Wenn man nicht schon in einer Art Systemanalyse vor der Datenerhebung sich über mögliche Confounder Gedanken macht, hat man hierüber *nachher* keine Daten und kann gefundene scheinbare Beziehungen diesbezüglich weder absichern noch „entzaubern“.

2. Manipulation in Graphiken

Diagramme „erzeugen“ eine Art Realität und lassen sich zielgerichtet manipulieren. Damit kann man, so man kann, ganz bestimmte Eindrücke „authentisch“ und mit hoher Glaubwürdigkeit und Überzeugungskraft herstellen. Der gewiefte Leser von Diagrammen kann aber die richtigen Fragen stellen. Als wichtigste Typen von Techniken, die besonders auch der Manipulation dienen können, seien hier genannt:

- Die Art des Diagramms
- Die Wahl der Ausschnitte, etwa aus der Zeitachse
- Die Skalierung der Achsen
- Optische Täuschungen

Klar, die Typen können zur Steigerung der Eindrücke beliebig kombiniert werden.

a) Wahl des Ausschnitts

Zeitreihen zeigen die Entwicklung einer Variablen in der Zeit. Man kann besonders günstig verlaufende Zeitabschnitte wählen. Man kann ganz bestimmte Punkte auswählen. Man kann ferner die Achse der Variablen abschneiden, um Trends zu überzeichnen (siehe Fig. 5-6). Soweit nur einige der Möglichkeiten, eine Entwicklung so darzustellen, wie man dies möchte.

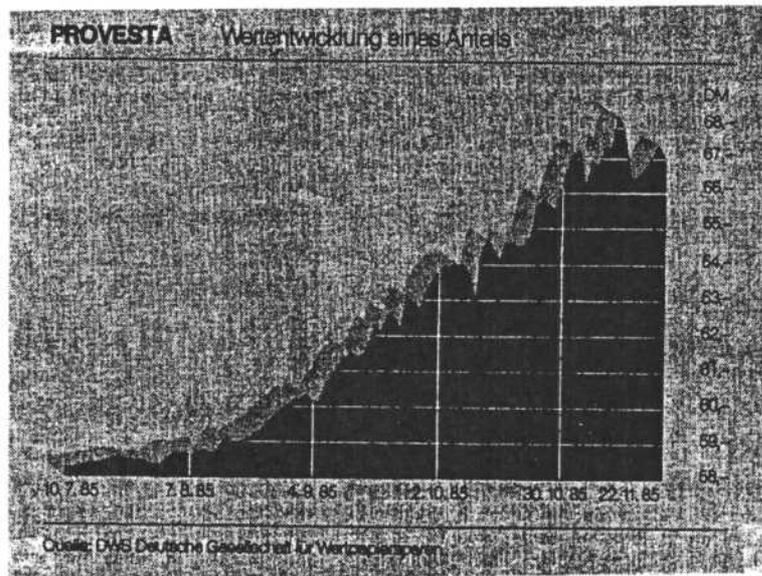


Fig. 5: Dramatisch positive Entwicklung des Aktienkurses – wer kaufte da nicht schon?

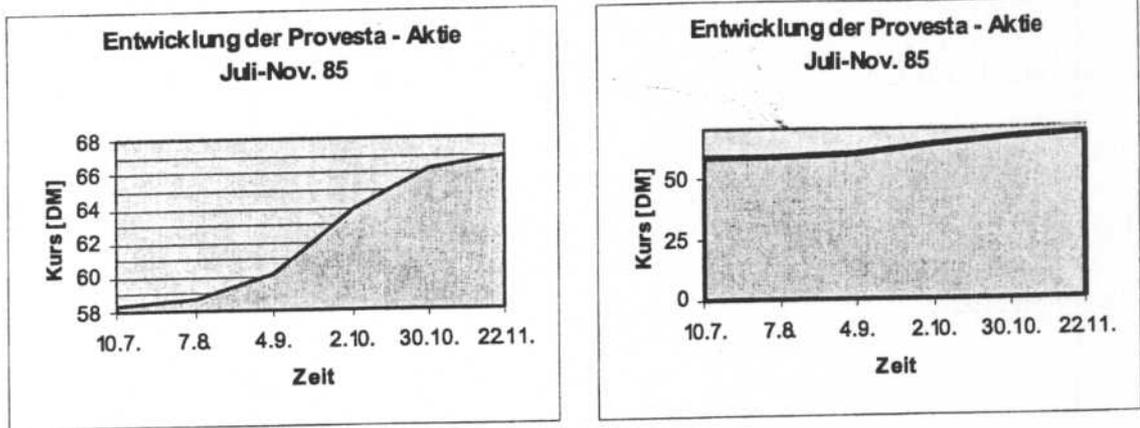


Fig. 6: Dramatischer Anstieg oder langweilige Zunahme? Sollte man doch nicht kaufen?

b) Skalierung der Zeit oder der Merkmalsachse

Oft werden ganz unterschiedliche Zeitintervalle gleich lang dargestellt (siehe Fig. 7 sowie 8-10), es werden logarithmische Skalen verwendet, die schwer zu lesen sind, etc. Für die Merkmalsachse gilt ähnliches.

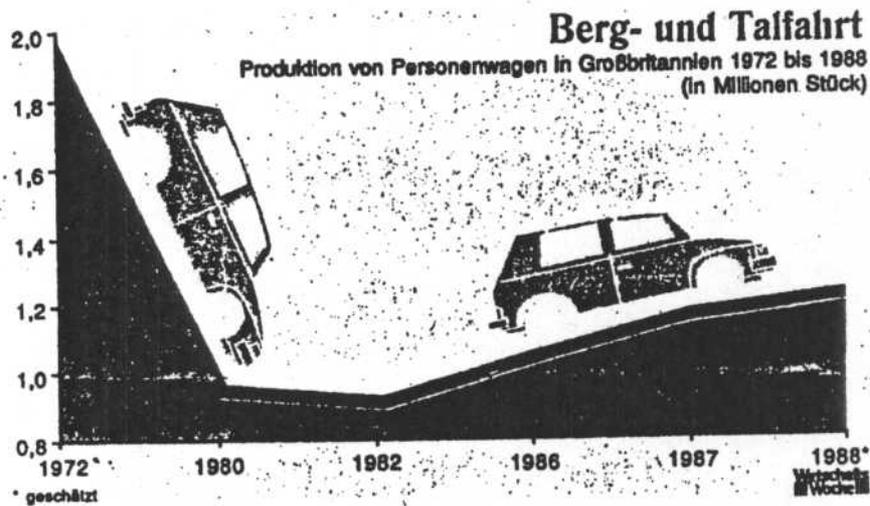


Fig. 7: Berg- und Talfahrt der Autoproduktion

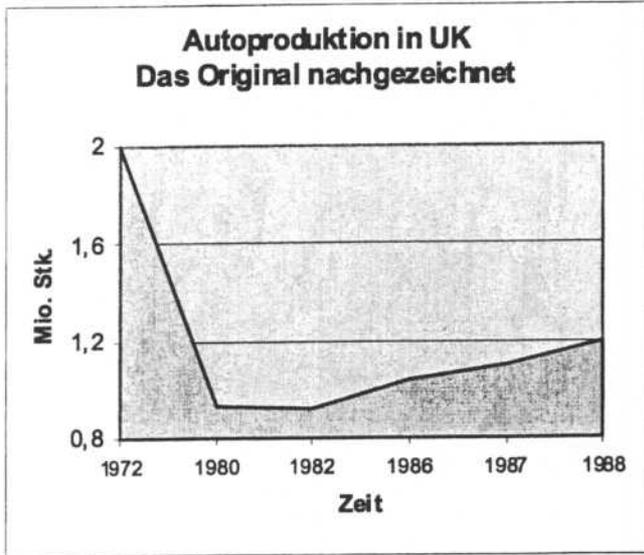


Fig. 8: Das Original nachgezeichnet

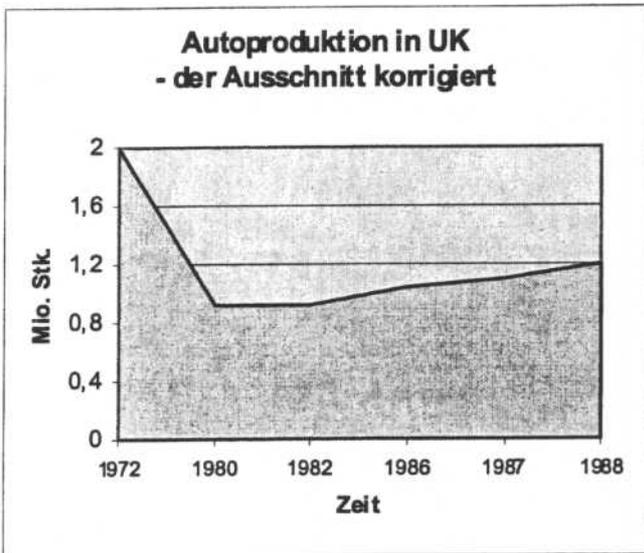


Fig. 9: Der Ausschnitt korrigiert

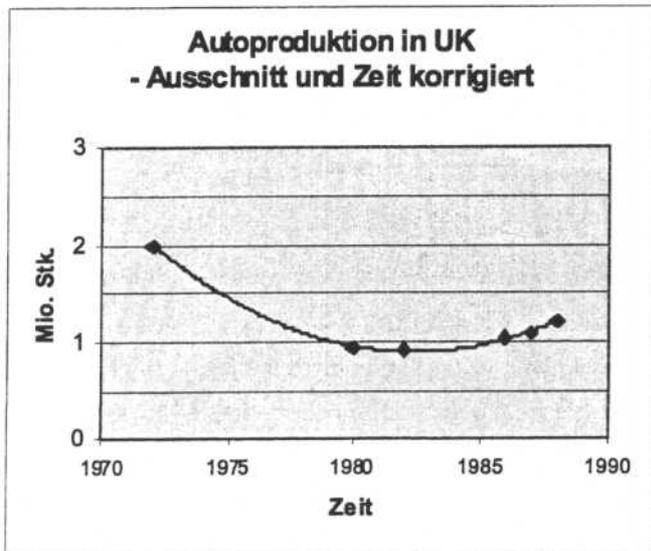


Fig. 10: Die Zeit korrigiert

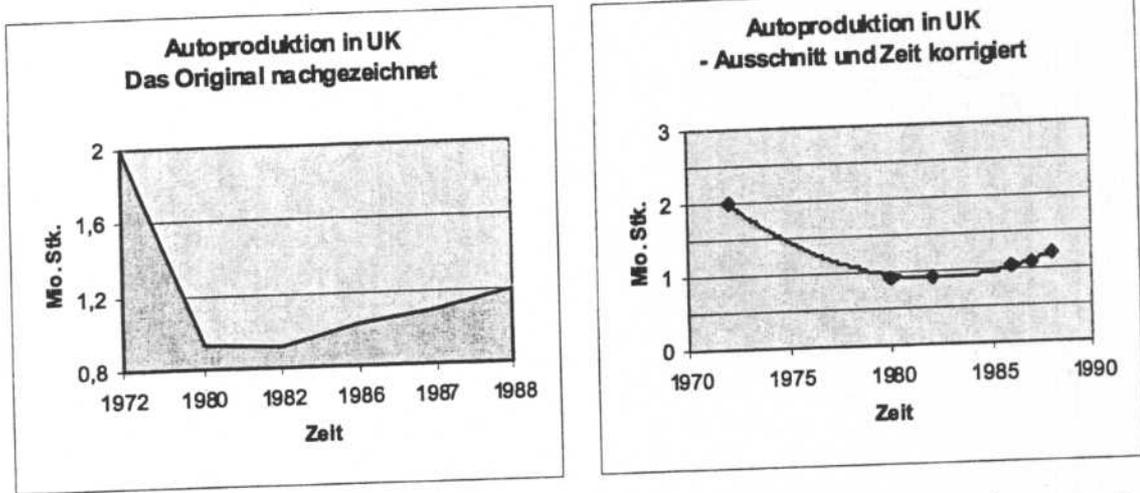


Fig. 11: Original und Korrektur – Berg- und Talfahrt oder eine leichte Wellenbewegung?

c) Skalierung der Zeit verbunden mit Trendlinien

Oft werden unterschiedliche Zeitintervalle gleich lang dargestellt und gleich ein linearer Trend der Entwicklung zwischen den Erhebungszeitpunkten im Diagramm eingezeichnet (siehe Fig. 12).

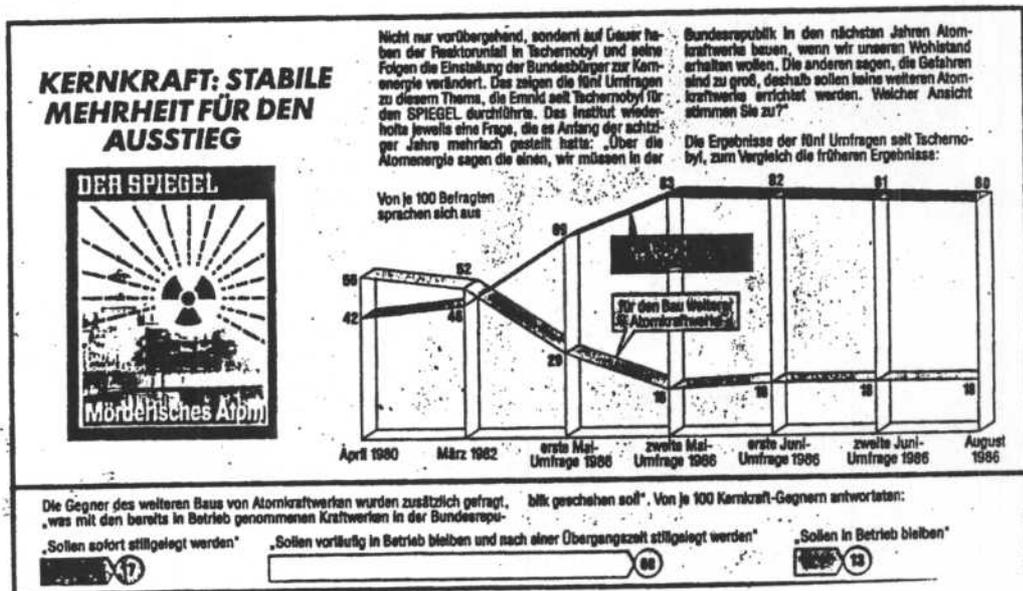


Fig. 12: Für und gegen Kernkraft kippt schon vor dem Unfall in Tschernobyl?

Der Unfall im Reaktor von Tschernobyl passierte im April 1986 – Für und gegen Kernkraft kippt jedoch schon vor dem Unfall? Knapp vorher, wenn man nur flüchtig hinsieht. Das Original in EXCEL zeigt jedoch die Manipulation der Zeitachse (Fig. 13), also kippte die Meinung auf „gegen Kernkraft“ schon irgendwann im Jahre 1982 – eine Art mystischer Vorahnung der Menschen? Korrigiert man die Zeitachse, behält die „lineare Interpolation“ der Entwicklung bei, so wird dieser Eindruck noch deutlicher (Fig. 14). Wesentlich ist, dass zwischen den Erhebungszeitpunkten die Entwicklung durch einen linearen Trend

wiedergegeben wird. Wohl eher hat ein drastischer Meinungsschwenk gerade erst durch den Unfall selbst stattgefunden. Dies kann man durch folgendes Modell verdeutlichen: Die Änderung der Meinung, wie sie 80-82 durch Umfragen dokumentiert ist, könnte man linear bis kurz vor dem Unfall fortsetzen (mit einem fiktiven Erhebungspunkt im April) und dann im Mai mit den echten Daten anschließen (Fig. 15).

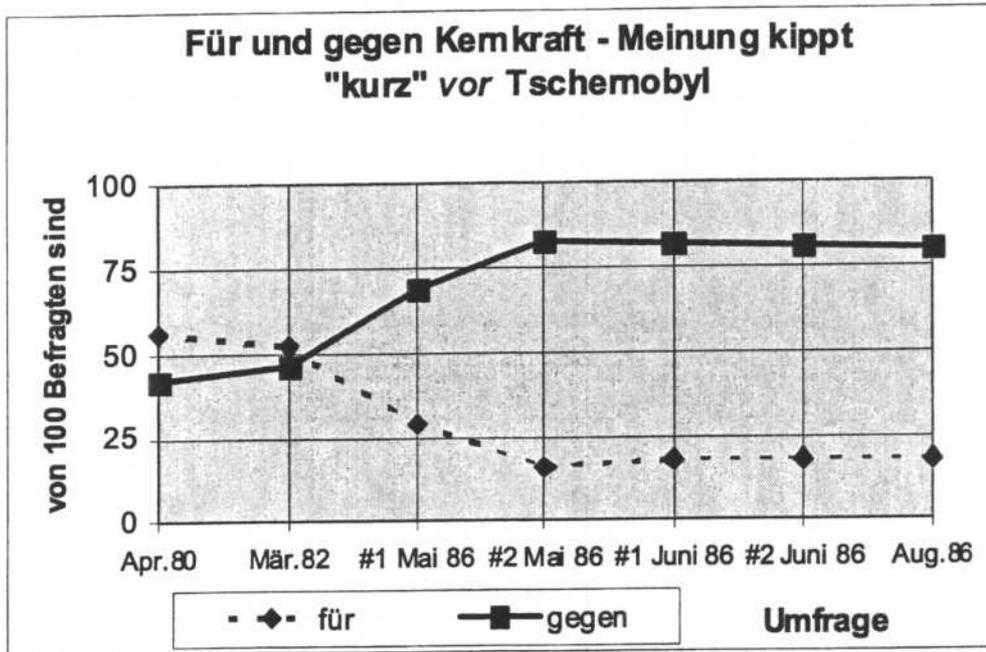


Fig. 13: Das Original in EXCEL – Mit linearer Entwicklung, aber falsch dargestellter Zeit

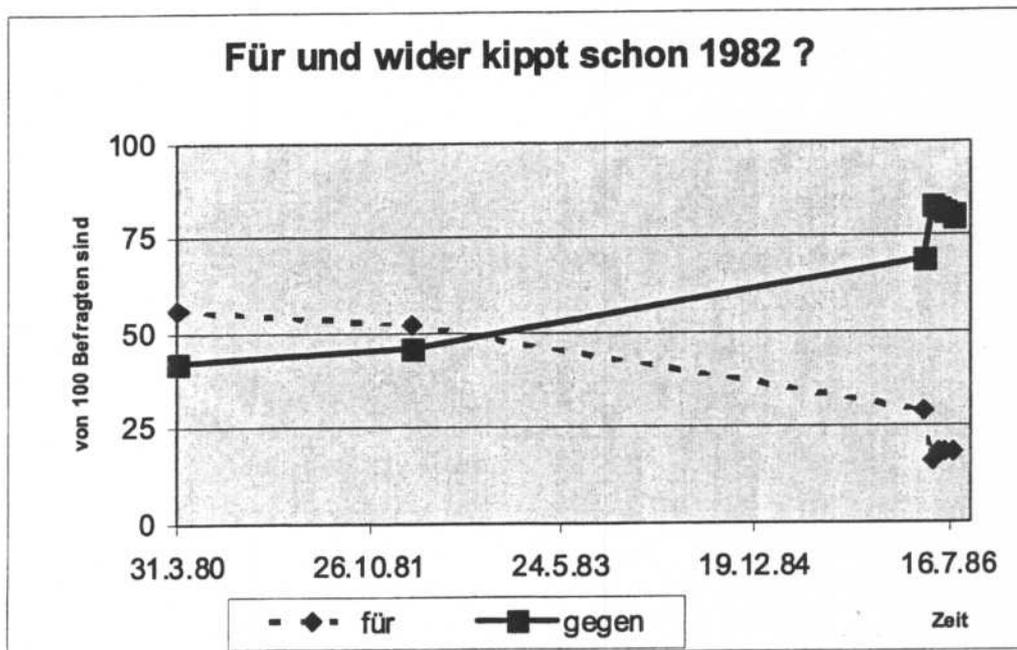


Fig. 14: Die Zeit ist nun korrigiert – Lineare Entwicklung zwischen den Umfragen unterstellt

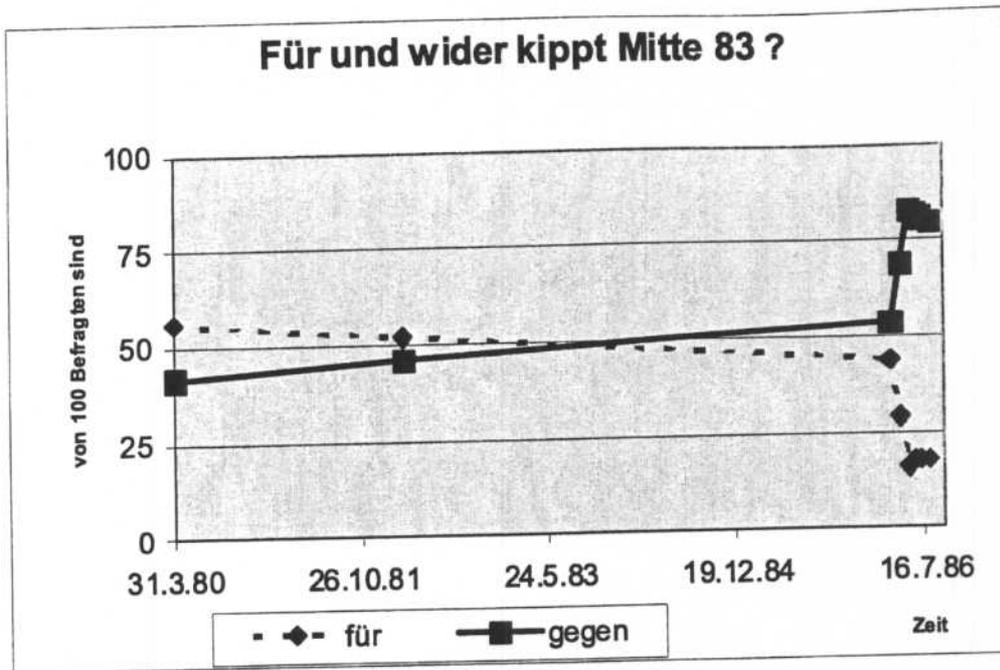


Fig. 15: Entwicklung der Meinung „pro – kontra“ bei linearer Fortsetzung der Meinungsänderung von 80-82 bis 1986

Es wird klar: Die Zeit ist ordentlich (linear) darzustellen. Die fehlenden Erhebungszeitpunkte sind nicht zu ersetzen, man kann nur darüber spekulieren, wie sich die Meinung entwickelt hat. Eine lineare Fortschreibung jedoch (wie in Fig. 13, korrigiert in Fig. 14) über einen Zeitraum hinweg, in dem sich der folgenschwere Unfall ereignet hat, der als weltweite Katastrophe empfunden wurde, scheint durch nichts gerechtfertigt. Schon eher passt das Modell der linearen Fortschreibung der Änderung von 80-82 bis kurz vor dem Unfall, wemgleich auch das nur reine Spekulation darstellt.

d) Optische Täuschungen

Die AIDS – Lawine, wie man sie 1987 gesehen hat, zeigt eine drastische Entwicklung für die BRD (siehe Fig. 16). Zum einen sind dies keine realen Daten sondern Prognosen auf der simplen Basis der Verdopplung der Fälle pro Jahr – auf welchen Daten auch immer diese Annahme beruhen mag. Zum anderen, es geht ja hier um graphische Manipulation, werden die prognostizierten Daten als Kugeln dargestellt, die mit fortschreitender Zeitachse immer mehr in den Hintergrund gesetzt sind. Die Kugeln vermitteln einen räumlichen Eindruck, man „sieht“ das Volumen der Kugeln als Betrachter. Die räumliche Verteilung der Kugeln wird perspektivisch „erlebt“, das Auge korrigiert weiter hinten liegende Kugeln, sie erscheinen durch die perspektivische Verzerrung noch größer, weit größer als die im Vordergrund liegenden Kugeln. Beide „Techniken“ im Verbund überhöhen drastisch die – ohne relevante Grundlage - prognostizierte Entwicklung und geben ihr die solchen Grafiken anhaftende authentische Kraft; so einfach kann man Realität „erzeugen“.

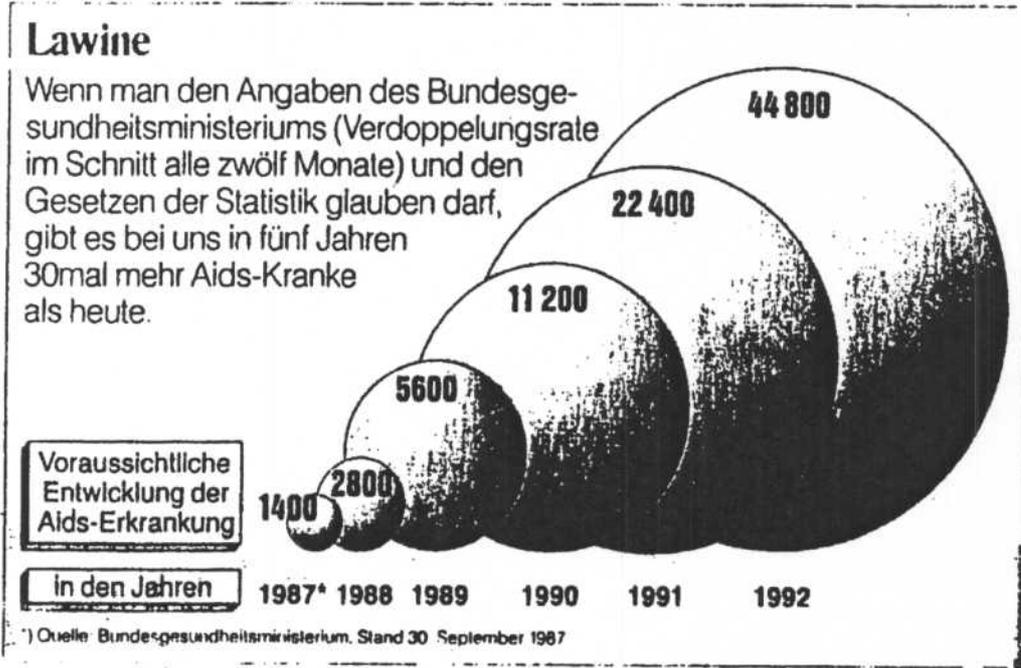


Fig. 16: Die Entwicklung der AIDS-Erkrankungen in der BRD 1987-92

Man kann die zeitliche Entwicklung nun anhand der „Daten“ (wie sie grob prognostiziert wurden) untersuchen; man kann dieselbe Entwicklung anhand der Höhen der Kugeln (ausmessen) untersuchen sowie durch Volumina der Kugeln (berechnen) darstellen (siehe die Ergebnisse in Fig. 17).

Jahr	Aids-Kranke in D	In Darstellung			Verhältnisse*			
		Höhen	Flächen	Volumina	Daten	Höhen	Flächen	Volumina
1987	1400	0,6	0,28	0,11	1	1,0	1,0	1,0
1988	2800	1,0	0,79	0,52	2	1,7	2,8	4,6
1989	5600	2,1	3,46	4,85	4	3,5	12,3	42,9
1990	11200	3,2	8,04	17,16	8	5,3	28,4	151,7
1991	22400	4,3	14,52	41,63	16	7,2	51,4	368,1
1992	44800	5,4	22,90	82,45	32	9,0	81,0	729,0

* bezogen auf 1987

Es zeigt sich, dass die „tatsächliche“ Entwicklung in etwa zwischen der von Höhen und Flächen der gezeichneten Kugeln liegt; Höhen sind zu flach, die Flächen steigen schon wesentlich stärker als die Daten an. Eine Gegenüberstellung der Entwicklung anhand der Daten und der Volumina der Kugeln zeigt, wie sehr die Volumina die Entwicklung übersteigert darstellen (Fig. 18). Man bedenke, dass der subjektive Eindruck des Betrachters

noch wesentlich durch die perspektivische Verzerrung geprägt wird, welche die Entwicklung noch viel drastischer empfinden lässt.

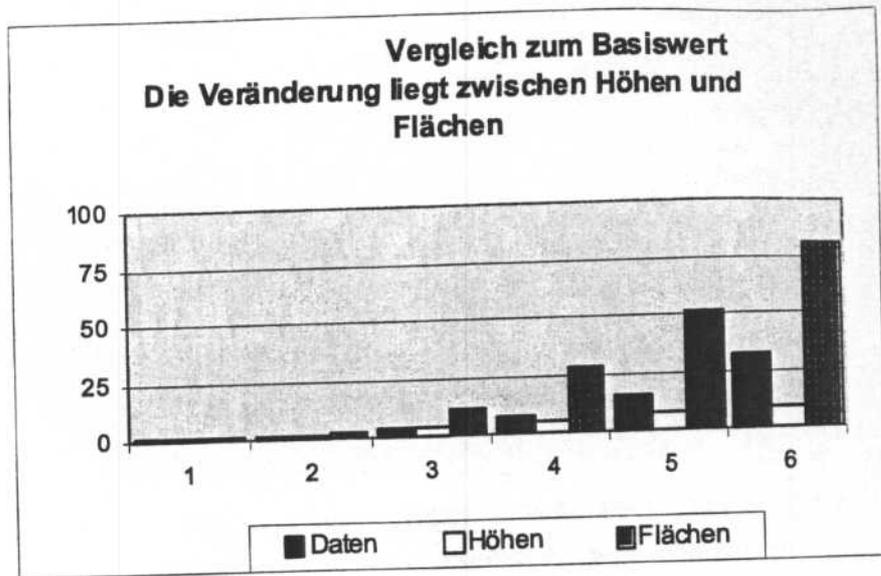


Fig. 17: Die Entwicklung der prognostizierten Daten, der Höhen sowie der Flächen der dargestellten Kugeln im Vergleich

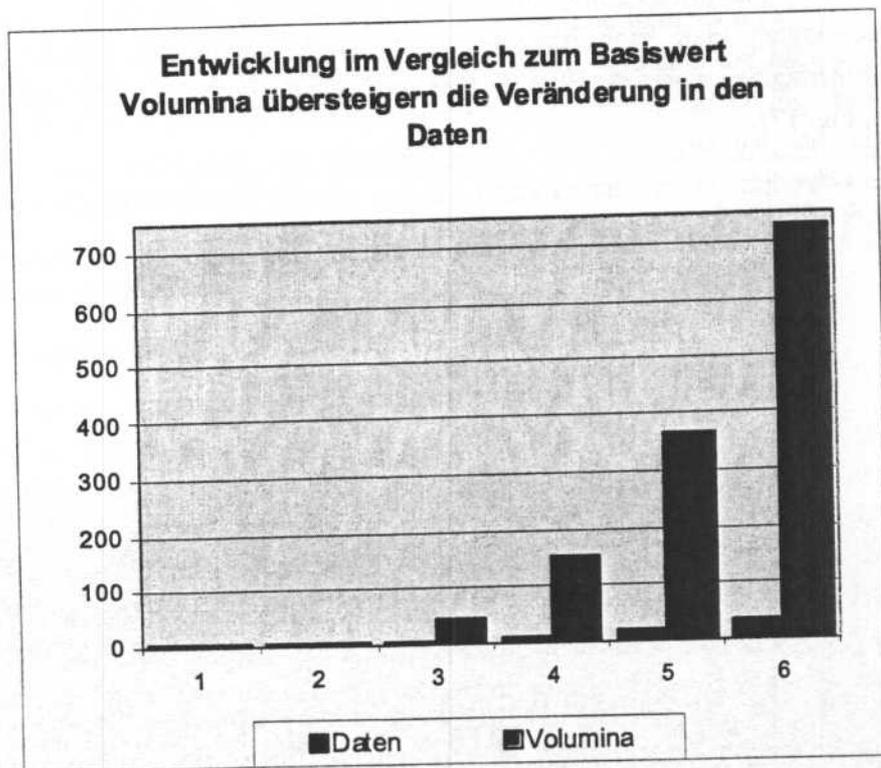


Fig. 18: Die Entwicklung der prognostizierten Daten sowie der Volumina der Kugeln im Vergleich

Im Folgenden wird ein weiteres Beispiel vorgestellt, das sich auf reale Daten über den Verpackungsaufwand in verschiedenen Branchen bezieht (siehe Fig. 19). Auch hier werden Volumina suggeriert, auch hier wird mit der perspektivischen Verzerrung gearbeitet, sodass sich ein wesentlich überhöhter Unterschied zwischen den Branchen einprägt. Außerdem wird aus der Sicht der Interpretation mit einem fragwürdigen Merkmal operiert, was sagt denn schon der Verpackungsaufwand pro 100 DM Warenwert wirklich aus. Exklusive Waren haben mithin schon automatisch einen niederen Wert, erhöht man den Preis, so sinkt der Verpackungsaufwand? Wäre es nicht etwa besser, die tatsächlich umgesetzte Müllmenge zu messen und die Branchen nach ihrer Verursachung von Müllaufkommen zu bewerten. Man könnte hierzu auch die Kosten der Entsorgung angeben und beurteilen. Auch hier wird deutlich, dass man vieles darstellen kann, aber um die sachgerechte Interpretation im Kontext nicht herumkommt.

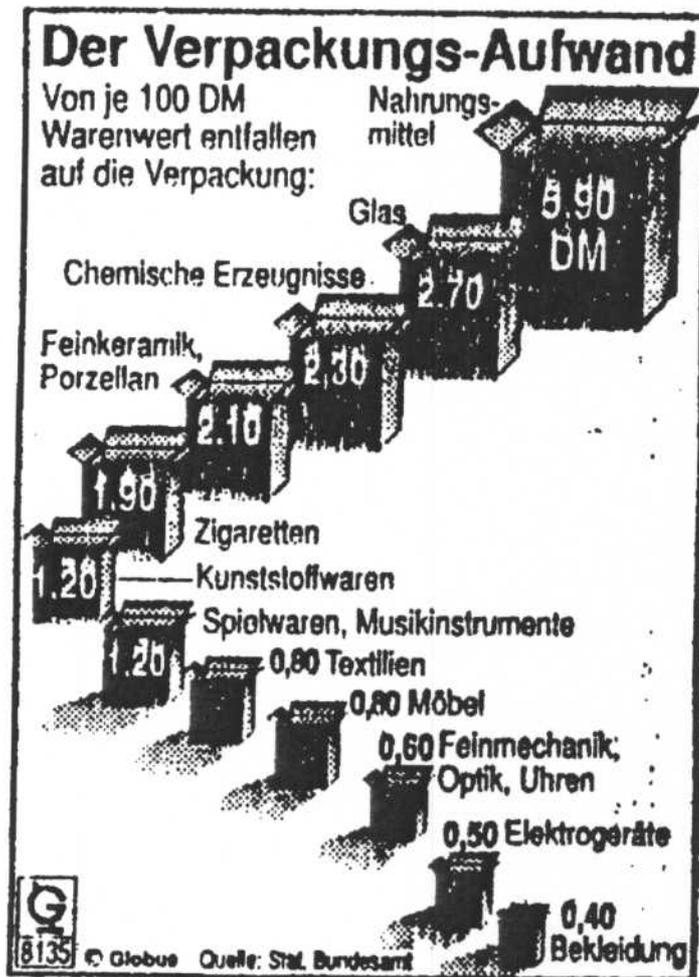


Fig. 19: Verpackungsaufwand pro 100 DM Warenwert in diversen Branchen

Die Daten selbst werden in etwa durch die Höhen repräsentiert, wie man aus der folgenden Tabelle und Fig. 20 ersehen kann.

Branche	Daten		Dargestellte Schachtel			
	Verpackung %	Verhältnis	Höhe a	Fläche a ²	Volumen a ³	Verhältnis
Nahrungsmittel	5,9	14,8	1,5	2,25	3,38	78,7
Glas	2,7	6,8	1,2	1,44	1,73	40,3
Chem. Erzeugn.	2,3	5,8	1,1	1,21	1,33	31,0
Feinkeramik	2,1	5,3	1,0	1,00	1,00	23,3
Zigaretten	1,5	3,8	0,9	0,81	0,73	17,0
Kunststoffe	1,2	3,0	0,6	0,36	0,22	5,0
Spielwaren	1,2	3,0	0,6	0,36	0,22	5,0
Textilien	0,8	2,0	0,5	0,25	0,13	2,9
Möbel	0,8	2,0	0,5	0,25	0,13	2,9
Feinmechanik	0,6	1,5	0,4	0,16	0,06	1,5
Elektrogeräte	0,5	1,3	0,35	0,12	0,04	1,0
Bekleidung	0,4	1,0	0,35	0,12	0,04	1,0

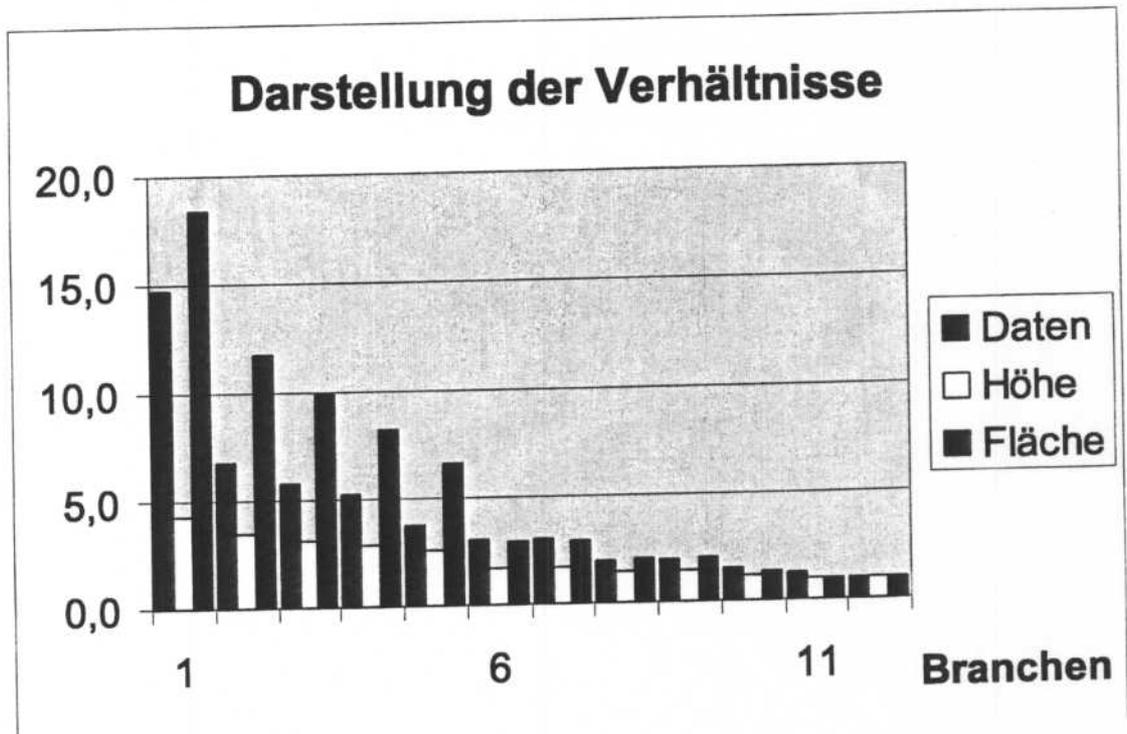


Fig. 20: Vergleich der Daten mit den Höhen und Flächen der dargestellten Verpackungen

Man kann die Frage, ob die Daten durch die Höhen oder Flächen (oder durch das Volumen) gut repräsentiert werden, auch mit Punktwolken und Regression bearbeiten, die entsprechenden Streudiagramme (Fig. 21 und 22) zeigen einerseits Daten (2. Achse) gegen Daten (1. Achse), andererseits Flächen bzw. Höhen gegen Daten – jeweils die Verhältnisse,

bezogen auf die Branche Bekleidung mit dem kleinsten Verpackungsaufwand (den kleinsten Karton im Vordergrund). Die Daten entsprechen einem Mittelding zwischen den dargestellten Höhen und Flächen; ganz sicher nicht den Volumina, die man eigentlich aus der Darstellung abliest.

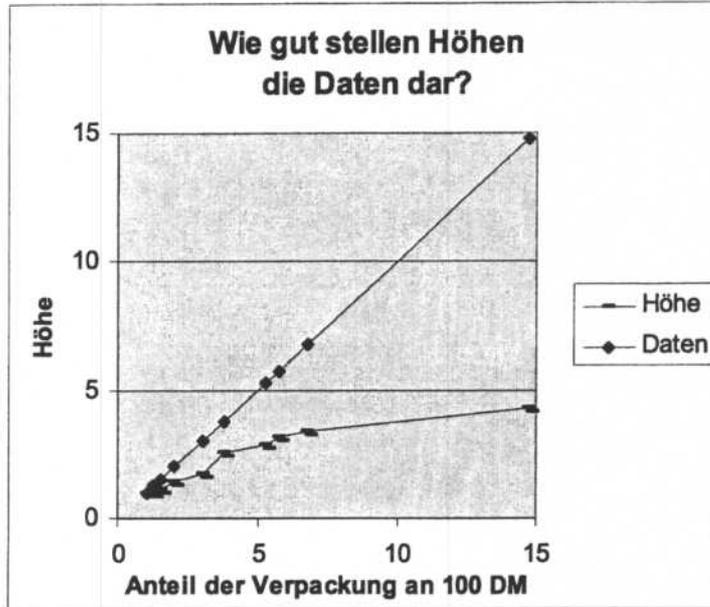


Fig. 21: Die Höhen (im Verhältnis zur kleinsten) stellen die relative Größenunterschiede nicht gut dar – sie bleiben systematisch unter den Daten

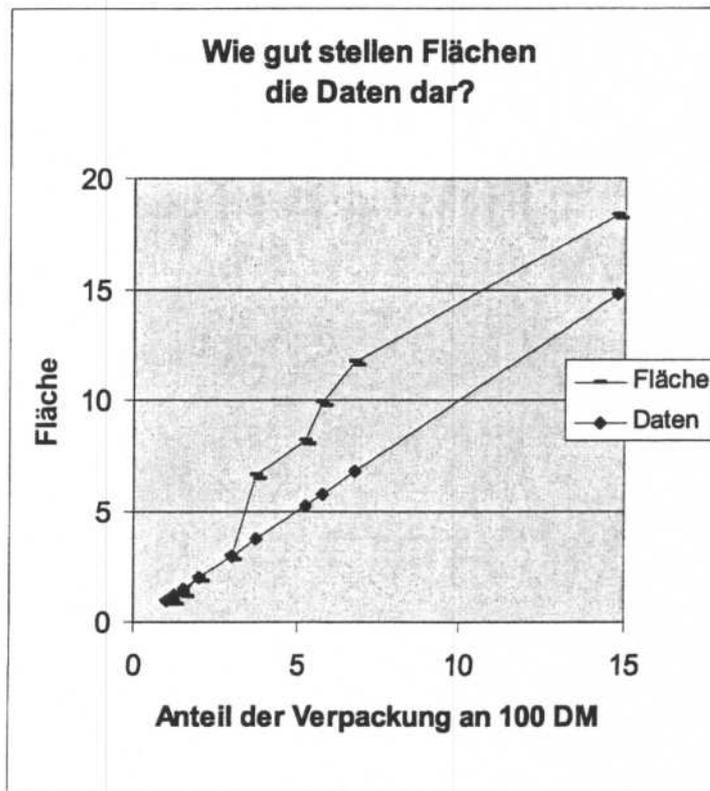


Fig. 22: Die Flächen stellen die Größenunterschiede (systematisch) etwas zu groß dar

In diesem Beispiel wurden in der Klasse die subjektiven Eindrücke über die Wirkung der Unterschiede (als Verhältnis auf den kleinsten Karton im Vordergrund) erhoben; diese wurden nach Diskussion in der Klasse „bereinigt“. Ferner wurden die Entfernungen der dargestellten Kartons geschätzt und die Volumina perspektivisch bereinigt. Der subjektive Eindruck sowie die „bereinigten Volumina“ werden in der folgenden Tabellen und in Fig. 23 einander gegenübergestellt und zeigen einen erstaunlichen Gleichklang, was belegt, dass die Grafik erfolgreich ihre manipulativen Kräfte ausschöpft.

Branche	Daten		Verzerrung bereinigt			Schülerschätzung	
	%	Verhältnis	v	$a^3 \cdot v$	Verhältnis	einzel	gemeinsam
Nahrungsmittel	5,9	14,8	8,3	27,96	652,2	521	500
Glas	2,7	6,8	7,7	13,33	310,9	278	250
Chem. Erzeugn.	2,3	5,8	6,7	8,94	208,4	194	210
Feinkeramik	2,1	5,3	6,0	6,00	139,9	145	140
Zigaretten	1,5	3,8	5,4	3,96	92,3	104	100
Kunststoffe	1,2	3,0	4,9	1,05	24,5	32	25
Spielwaren	1,2	3,0	3,9	0,83	19,4	24	20
Textilien	0,8	2,0	3,0	0,38	8,7	11	10
Möbel	0,8	2,0	2,3	0,29	6,7	9	8
Feinmechanik	0,6	1,5	1,6	0,10	2,3	4,5	3
Elektrogeräte	0,5	1,3	1,2	0,05	1,2	1,9	1,2
Bekleidung	0,4	1,0	1,0	0,04	1,0	1	1

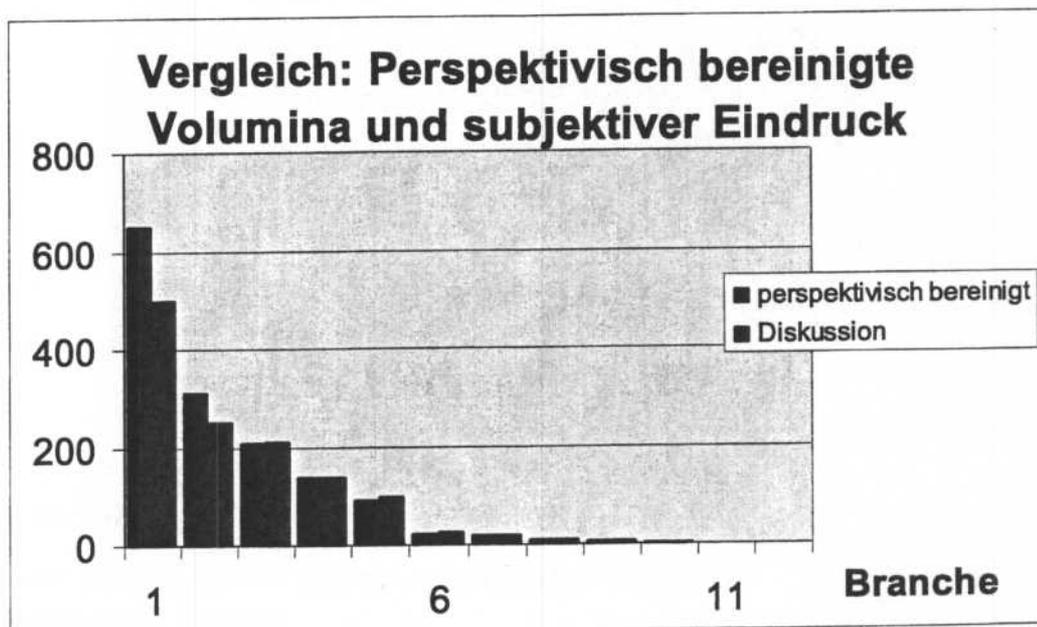


Fig. 23: Der perspektivisch bereinigte Eindruck wird auch subjektiv empfunden

3. Schluss

Im Aufsatz wurden nur die Abschnitte behandelt, welche die Beschreibende Statistik betreffen. Trotz der Einfachheit der Begriffe und Darstellungsmittel kann man ganz wesentliche Züge der Angewandten Statistik verdeutlichen. Zur Arbeit mit EXCEL kann noch hinzugefügt werden: Generell hat es den Lernenden Spaß gemacht. Es gibt jedoch Eigenheiten, die gewöhnungsbedürftig sind, so werden die Diagramme erst nach einigem Spielen damit wirklich ansehnlich. Den Autor wird es freuen, wenn die eine oder andere Anregung für den Unterricht aufgegriffen wird.

Literatur:

- Borovcnik, M.: Statistische Analyse von Zusammenhängen – Regression und Korrelation. In: *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik d. Höheren Schule der ÖMG* 17(1989), 1-20.
- Borovcnik, M.: *Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik*. Mannheim: Bibliographisches Institut 1992.
- Borovcnik, M., Kautschitsch, H.(Hsg.): *Technology in Mathematics Teaching. Plenary Lectures and Strands*. Wien: Österreichischer Bundesverlag & Hölder-Pichler-Tempsky 2002.
- Borovcnik, M., Kautschitsch, H. (Hsg.): *Technology in Mathematics Teaching. Special Groups and Working Groups*. Wien: Österreichischer Bundesverlag & Hölder-Pichler-Tempsky 2002.
- Borovcnik, M., Ossimitz, G.: *Materialien zur Beschreibenden Statistik und Explorativen Datenanalyse*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky 1987.
- Borovcnik, M., Peird, R.: Probability. In: Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., Laborde, C.: *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer 1996, 239-288.
- Neuwirth, E.: <http://sunsite.univie.ac.at/mailman/listinfo/Improve-excel>